

## Kinematika hmotného bodu

1. Častica sa pohybuje tak, že jej poloha v ľubovoľnom okamihu je určená polohovým vektorom  $r = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} t \mathbf{i} + (1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} t + 1/2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} t^2) \mathbf{j} - 4 \text{ m} / \pi^2 \sin(\pi \text{s}^{-1} t / 2) \mathbf{k}$ . Určite veľkosť rýchlosti a zrýchlenia častice v čase  $t = 5 \text{ s}$ .

[6,7 m/s, 1,4ms<sup>-2</sup>]

2. Aká je priemerná rýchlosť pohybu automobilu v prípade, že:

a) prvú polovicu času svojho pohybu sa pohybuje rýchlosťou  $v_1 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  a druhú polovicu času sa pohybuje rýchlosťou  $v_2 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ;

b) polovicu z celkovej svojej dráhy prejde rýchlosťou  $v_1 = 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  a druhú polovicu dráhy rýchlosťou  $v_2 = 60 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ?

[80 km/h; 75km/h]

3. Hmotný bod koná pohyb po kružnici s polomerom  $R = 20 \text{ cm}$  so stálym uhlovým zrýchlením  $\varepsilon = 2 \text{ s}^{-2}$ . Vypočítajte hodnotu tangenciálneho, normálového a celkového zrýchlenia na konci 4-tej sekundy od začiatku pohybu, keď v čase  $t = 0 \text{ s}$  bol hmotný bod v pokoji!

[ $a_t = 40 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $a_n = 1280 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $a = 1280,6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ ]

4. Po opustení stanice rýchlosť vlaku rovnomerne narastá a po troch minútach od opustenia stanice dosahuje na dráhe zakrivenej do tvaru kružnice s polomerom  $R = 800 \text{ m}$  hodnotu  $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ . Treba určiť hodnotu tangenciálneho, normálového a celkového zrýchlenia po dvoch minútach od okamihu opustenia stanice.

[ $a_t = 0,111 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $a_n = 0,222 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $a = 0,248 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ]

5. Podľa záznamu akcelero grafu sa vozidlo zo stavu pokoja rozbiehalo so zrýchlením, ktoré z počiatkovej hodnoty  $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$  rovnomerne klesalo až na nulovú hodnotu za čas  $30 \text{ s}$ . Akú dráhu vozidlo prešlo počas rozbehu a akú rýchlosť pohybu dosiaholo?

[450 m, 81 km/h]

6. Koleso sa z pokojového stavu dáva do otáčavého pohybu so stálym uhlovým zrýchlením  $\varepsilon = 2 \text{ s}^{-2}$ . Koľkokrát sa otočí za prvých 15 sekúnd svojho otáčania?

[N = 35,8]

7. Pri meraní rýchlosti náboja sa náboj vystrelí cez dva lepenkové kotúče, ktoré sa otáčajú na spoločnej osi vo vzdialenosti  $80 \text{ cm}$  s frekvenciou  $= 1500 \text{ ot/min}$ . Aká bola rýchlosť náboja, keď obidva priestrely na kotúčoch sú navzájom posunuté o  $12^\circ$ ?

[600 ms<sup>-1</sup>]

## Dynamika hmotného bodu

1. Železničný vozeň sa pohybuje po vodorovnej priamej trati a brzdíme ho silou, ktorá sa rovná 0,1 tiaže vozňa. Vypočítajte čas meraný od začiatku brzdenia, za ktorý vozeň zastaví, ako aj dráhu, ktorú od začiatku brzdenia až do zastavenia prejde, ak v okamihu, keď sa začalo brzdiť, mal vozeň rýchlosť  $v_0 = 72 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ !

[ $t = 20,4 \text{ s}$ ;  $s = 204 \text{ m}$ ]

2. Gulôčka s hmotnosťou  $m$ , ktorej bola udelená začiatočná rýchlosť  $v_0$ , sa pohybuje v prostredí, ktorého odpor  $F$  proti jej pohybu rastie lineárne s rýchlosťou hmotného bodu, t.j.  $F = -kv$ . Akú dráhu až do zastavenia gulôčka prejde, keď okrem odporu prostredia nepôsobí na ňu žiadna sila?

[ $s = mv_0 / k$ ]

3. Na hmotné teleso pôsobí stále v tom istom smere sila, ktorej hodnota závisí od času podľa vzťahu  $F = F_0 - kt$ , kde  $F_0 = 36 \text{ N}$  a  $k = 6 \text{ N}\cdot\text{s}^{-1}$ . Na začiatku bolo teleso v pokoji. Počas prvých 10 sekúnd urazilo dráhu 100 m. Vypočítajte jeho hmotnosť!

[ $m = 8 \text{ kg}$ ]

4. Teleso sa šmýka dolu po naklonenej rovine zvierajúcej s vodorovnou rovinou uhol  $45^\circ$  za účinku síl trenia so zrýchlením  $a = 2,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ . Pod akým uhlom  $\beta$  musí byť naklonená rovina, aby sa teleso po nej šmýkalo po malom postrčení konštantnou rýchlosťou?

[ $\beta = 33,2^\circ$ ]

5. Na naklonenej rovine rovnomerne priamočiario sa šmýka teleso rýchlosťou  $v$ . Vypočítajte faktor šmykového trenia medzi telesom a povrchom roviny, keď uhol sklonu roviny vzhľadom na vodorovný smer je  $30^\circ$ .

[ $m = 0,6$ ]

6. Vypočítajte impulz sily, ktorý dostane stena, ak na ňu narazí guľička hmotnosti 7 g pod uhlom  $30^\circ$  vzhľadom na stenu rýchlosťou  $400 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

[ $2,8 \text{ kgms}^{-1}$ ]

7. Motor auta celkovej hmotnosti 960 kg má ťažnú silu 1600 N. Za koľko sekúnd môže auto dosiahnuť rýchlosť  $v = 54 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ ?

[ $t = 9\text{s}$ ]

8. Oceľová špirála dĺžky  $l_0 = 80 \text{ cm}$  sa predĺži silou  $F_1 = 20 \text{ N}$  o dĺžku  $x_1 = 5 \text{ cm}$ . Aká práca sa vykoná pri predĺžení špirály na dvojnásobok jej pôvodnej dĺžky, keď sila konajúca prácu je úmerná predĺženiu špirály? [ $W = 128 \text{ J}$ ]

9. Dve telesá, pohybujúce sa oproti sebe, sa nepružne zrazia. Rýchlosť prvého telesa pred zrážkou je  $v_1 = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a rýchlosť druhého je  $v_2 = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Výsledná rýchlosť oboch telies po zrážke je v smere rýchlosti  $v_1$  a jej veľkosť je rovná  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Aký bol pomer kinetických energií pred zrážkou?

[1,25]

10. Indián poháňa kanoe silou 200 N. S akým výkonom pracuje, ak sa plaví rýchlosťou  $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ?

[ $P = 1000 \text{ W}$ ]

### Gravitačné pole. Pohyb v tiažovom poli Zeme

1. Aký je pomer gravitačného zrýchlenia na povrchu Mesiaca a na povrchu Zeme? Polomer Mesiaca je 0,273-násobok polomeru Zeme a hmotnosť Mesiaca je 0,0123-násobok hmotnosti Zeme.

[0,165]

2. Ako sa líši gravitačná sila, ktorou pôsobí Zem na telesá na zemskom povrchu v nadmorskej výške  $h = 6400 \text{ m}$  a pri hladine mora (polomer Zeme  $R = 6378 \text{ km}$ )?

[ $F_h = 0,998 F_0$ ]

3. Nájdite zrýchlenie, ktorým by telesá padali na povrchu Mesiaca, ak predpokladáme, že na telesá pôsobí len gravitačné pole Mesiaca, a keď vieme, že hmotnosť a polomer Mesiaca sú  $M_M = 1/81 M_Z$ ,  $R_M = 1/4 R_Z$ , kde  $M_Z$  je hmotnosť Zeme a  $R_Z$  je polomer Zeme.

[ $g_M = 0,2 g_Z = 1,962 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ]

4. Nájdite hodnotu rýchlosti  $v_0$ , ktorú treba udeliť v smere zvislom nahor telesu nachádzajúcemu sa na povrchu Zeme, aby sa dostalo do výšky rovnajúcej sa zemskému polomeru, ktorý má hodnotu  $R = 6378 \text{ km}$ . (Odpor vzduchu zanedbajte.)

[ $v_0 = 7,9 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

5. V akej vzdialenosti  $r_1$  od stredu Zeme bude predmet, ktorý sa nachádza medzi Zemou a Mesiacom, v beztiažovom stave? (vzdialenosť stredu Mesiaca od stredu Zeme  $r = 384400 \text{ km}$ , hmotnosť mesiaca =  $1/81$  hmotnosti Zeme)

[ $r = 346\,000 \text{ km}$ ]

6. Lopta hodená zvisle na zem z výšky  $1 \text{ m}$  vyskočí do výšky  $6 \text{ m}$ . Aká bola jej začiatočná rýchlosť, keď so stratami rýchlosti v dôsledku odporu vzduchu nerátame?

[ $9,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]

7. Pod akým uhlom musí striekať voda z hadice na úrovni zeme, aby dosiahla maximálnu výšku rovnú vzdialenosti dopadu vody na zem? Odpor vzduchu zanedbajte.

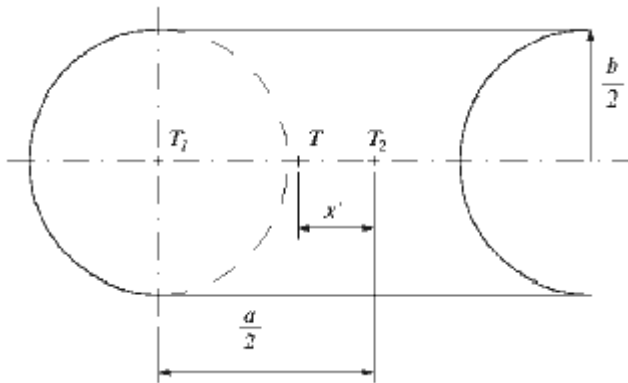
[75,96°]

8. Teleso preletelo za posledné 2 sekundy voľného pádu tretinu svojej celkovej dráhy. Ako dlho a z akej výšky padalo ?

[t = 10,9 s, h = 582,7 m]

### Dynamika sústavy hmotných bodov a telies

1. Nájdite polohu ťažiska útvaru znázorneného na obrázku, ktorý vznikol tak, že sa z obdĺžnika so stranami  $a$ ,  $b$  vyrezal na jednej jeho strane polkruh polomeru  $b/2$  a priložil sa na druhú stranu obdĺžnika.



2. Na jeden koniec vodorovnej tyče hmotnosti 3 kg dlhej 1,5 m zavesíme teleso hmotnosti 15 kg. V akej vzdialenosti od tohto konca musíme tyč podprieť, aby bola v rovnováhe vo vodorovnej polohe?

[0,125 m]

3. Tenký homogénny drôt je ohnutý do tvaru polkružnice polomeru  $R$ . Nájdite polohu ťažiska vzhľadom na stred krivosti ak  $R$  sa rovná 30 cm!

[60/π cm]

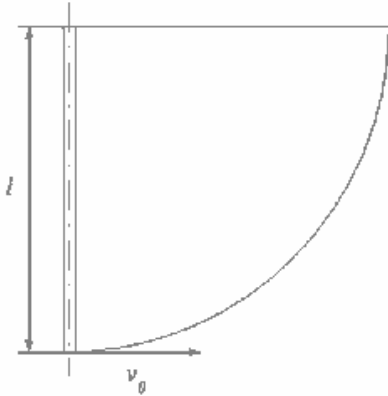
4. O koľko treba predĺžiť homogénnu tyč dĺžky  $l = 0,75$  m, aby sa jej moment zotrvačnosti vzhľadom na os kolmú na tyč a prechádzajúcu ťažiskom tyče zdvojnásobil?

[19,5 cm]

5. Nájdite moment zotrvačnosti rovnorodej dosky tvaru rovnoramenného trojuholníka s ramenami  $b$  a základňou  $2a$  vzhľadom na os kolmú na základňu a prechádzajúcu protíľahlým vrcholom, keď hmotnosť dosky je  $m$ .

[(1/6)ma<sup>2</sup>]

6. Tyč dĺžky  $l = 1$  m je upevnená tak, že sa môže otáčať okolo vodorovnej osi prechádzajúcej koncovým bodom tyče (pozri obr.). Akú rýchlosť musíme udeliť voľnému koncovému bodu tyče, aby pri svojom vychýlení z rovnovážnej polohy dosiahol vodorovnú rovinu prechádzajúcu osou otáčania? [ $v_0 = (3gl)^{1/2} = 5,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]



### Stavba a mechanické vlastnosti tuhých látok

1. Vypočítajte hodnotu Poissonovho čísla látky, ktorej objem sa pri deformácii ťahom nemení.

[0,5]

2. Valcová tyč pôvodnej dĺžky  $l_0$  je na jednom konci upevnená a na druhom konci namáhaná v smere dĺžky silou  $F$ . Ako sa zmenil objem tyče pri deformácii, keď modul pružnosti v ťahu tyče je  $E$ ?

$[\Delta V = l_0 F(m-2)/mE]$

3. O koľko by sa účinkom vlastnej tiaže predĺžilo oceľové lano dĺžky 9000 m spustené do mora do takej hĺbky, aby lano voľne viselo a bolo celé ponorené do vody, ak hustota morskej vody je  $\rho_1 = 1,03 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , hustota lana je  $\rho_2 = 7,7 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a modul pružnosti v ťahu ocele je  $E = 11,77 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ .

[12,28 m]

4. Vzdialenosť dvoch bodov, odmeraná oceľovým meradlom pri teplote  $30^\circ\text{C}$ , bola 186 m. Aká je skutočná hodnota tejto dĺžky, keď meradlo je správne pri teplote  $18^\circ\text{C}$ ?

[186,024 m]

5. Homogénna železná tyč s hmotnosťou  $m = 3$  kg má pri teplote  $8^\circ\text{C}$  dĺžku 1 m. Vypočítajte, ako sa zmení moment zotrvačnosti tejto tyče vzhľadom na os kolmú na smer tyče a prechádzajúcu koncovým bodom, keď sa zohreje na teplotu  $100^\circ\text{C}$ .

$[\Delta J = 22 \cdot 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2]$

6. Aký musí byť polomer medeného drôtu, aby sa účinkom sily 500 N, ktorá naň pôsobí v smere dĺžky, nepretrhol, keď medza pevnosti medi je  $2 \cdot 10^8 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$  ?

[0,89 mm]

### Mechanické kmity a vlny

1. Horizontálna doska koná harmonický pohyb vo vodorovnom smere s periódou  $T = 5 \text{ s}$ . Teleso, ktoré leží na doske, sa začína kĺzať, keď amplitúda kmitov dosiahne hodnotu  $x_0 = 0,5 \text{ m}$ . Aký je koeficient trenia medzi závažím a doskou?

[  $\mu = 0.08$  ]

2. Na doske leží závažie hmotnosti  $m = 2 \text{ kg}$ . Doska koná harmonický pohyb vo zvislom smere s periódou  $T = 0,5 \text{ s}$  a s amplitúdou  $x_0 = 3 \text{ cm}$ . Vyjadrite silu  $F$ , ktorou závažie tlačí na dosku a vypočítajte amplitúdu tejto sily.

[ $F_{\text{max}} = 29 \text{ N}$ ]

3. Nájdite amplitúdu výsledného harmonického pohybu, ktorý vznikne zložením dvoch jednosmerných kmitavých pohybov s rovnakou periódou, s amplitúdami 3 a 5 cm, keď rozdiel ich fáz je  $60^\circ$ .

[ $x_0 = 7 \text{ cm}$ ]

4. Hmotný bod kmitajúci s amplitúdou 6 cm dosiahol v prvej polperióde v časovom rozpätí 0,001 s dva razy za sebou výchylku 3 cm. S akou frekvenciou kmitá?

[333,3 Hz]

5. Pružina má tuhosť 0,25 N/cm. Teleso akej hmotnosti musíme zavesiť na pružinu, aby konalo 25 kmitov za 1 minútu?

[3,6 kg]

6. Vypočítajte vlnovú dĺžku zvukovej vlny, ak rozdiel fáz kmitania dvoch bodov vzdialených od seba 0,025 m je rovný  $\pi/6$ .

[0,3 m]

### Mechanika kvapalín

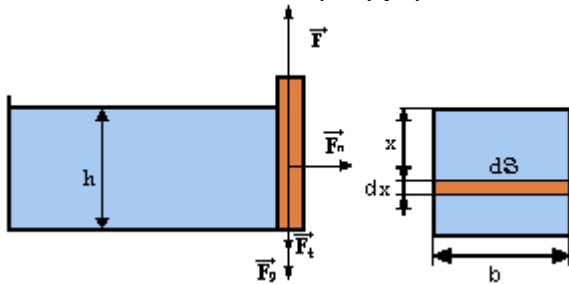
1. Hliníková guľa má tiaž vo vzduchu 5,4 N a vo vode 2,4 N. Je guľa homogénna alebo má dutinu ?

[má dutinu]

2. Čerpadlo načerpá 300 litrov vody za 1 minútu. Prívodné potrubie má priemer 80 mm. Výtokovým potrubím prúdi voda rýchlosťou  $8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Vypočítajte rýchlosť vody v prívodovom potrubí a priemer výtokového potrubia.

[ $1 \text{ ms}^{-1}$ , 28 mm]

3. Aká sila  $F$  je potrebná na zdvihnutie rovinatej hate, ktorá je pod tlakom vody (pozri obrázok), ak hmotnosť hate je  $m = 250 \text{ kg}$ , šírka hate  $b = 3 \text{ m}$ , hĺbka vody je  $h = 1,5 \text{ m}$ , a keď koeficient trenia hate o opory je  $\mu = 0,3$ ? [ $F = 12\,385 \text{ N}$ ]



4. Nádobu valcovitého tvaru má v stene nad sebou dva otvory vo výškach  $h_1$  a  $h_2$  od dna. V akej výške má byť hladina tekutiny nad dnom nádoby, aby tekutina striekala z oboch otvorov do rovnakej vzdialenosti na vodorovnú rovinu, na ktorej je nádoba položená?

[ $h = h_1 + h_2$ ]

5. Nákladný čln s hmotnosťou 6,5 t vyplával z rieky na more ( $\rho = 1,03 \text{ g/cm}^3$ ). Ako treba upraviť náklad člna, aby ponor zostal rovnaký?

[pridať náklad  $s \text{ m} = 195 \text{ kg}$ ]

### Termodynamika

1. Stroj pracujúci s výkonom  $P = 368 \text{ W}$  vyvrtá za 2 minúty otvor do liatinového bloku hmotnosti  $m = 20 \text{ kg}$ . O koľko stupňov sa blok ohreje, keď 80 % práce konanej pri vrtaní prispieva k zväčšeniu vnútornej energie bloku? Merná tepelná kapacita liatiny je  $c = 544,2 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

[ $\Delta t = 3,25 \text{ }^\circ\text{C}$ ]

2. Aké množstvo tepla vznikne v brzdách nákladného vlaku s hmotnosťou 1200 t, keď sa z rýchlosti 50 km/h celkom zastaví?

[115,7 MJ]

3. Koľko tepla treba na izotermickú expanziu 2 litrov vodíka tlaku 0,08 MPa na štvornásobný objem? Aký bude výsledný tlak?

[221,5 J, 0,02 MPa]

4. Na udržanie stálej teploty v miestnosti sa za hodinu spotrebuje  $4,2 \cdot 10^6$  J tepla. Koľko vody pretečie radiátorom ústredného kúrenia za hodinu, keď voda pri vstupe do radiátora má teplotu  $80^\circ \text{C}$  a pri výstupe  $70^\circ \text{C}$ ? Hmotnostná tepelná kapacita vody je  $4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

[100 l]

5. Kusy nástrojovej ocele ohriate na  $950^\circ \text{C}$  sa majú zakaliť v 80 kg oleja s teplotou  $25^\circ \text{C}$ , pričom výsledná teplota nesmie prekročiť  $350^\circ \text{C}$ . Koľko ocele sa môže najviac ponoriť, keď rátame s 10 % tepelných strát?

[174 kg]

6. Koľko vody sa odparí varom, keď rozžeravené oceľové skrutky hmotnosti 6 kg a teploty  $1200^\circ \text{C}$  vhodíme do 3 kg vody teploty  $20^\circ \text{C}$ ?

[0,9 kg]

7. Do medeného kalorimetra hmotnosti 151 g vlejeme 200 g vody, a nameriame teplotu  $18,6^\circ \text{C}$ . Po vložení 85 g medi, ktorá bola predtým zohriata na  $98,5^\circ \text{C}$ , stúpne teplota na  $21,4^\circ \text{C}$ . Aká hodnota z toho vyplýva pre hmotnostnú tepelnú kapacitu medi?

[383  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ]

8. V automatickej práčke sa zohrieva 30 litrov vody,. Koľko tepla voda prijme, ak sa jej teplota zvýši z 288 K na 363 K? Ako dlho trvá zohrievanie, ak príkon výhrevného telesa práčky je 1,7 kW?

[9,4 MJ, 92 min]

### Molekulová fyzika

1. Predpísaný tlak vzduchu v pneumatikách auta je 220 kPa. Pretekárske automobily však majú pneumatiky nastavené na nižší tlak. S akým zvýšením teploty sa počíta, keď pri teplote  $20^\circ \text{C}$  má vzduch v pneumatikách tlak 200 kPa? Nepatrnú zmenu objemu pneumatiky zanedbajte.

[29,3 K]

2. V nádobe objemu  $164 \text{ cm}^3$  sa nachádza plyn pri teplote  $20^\circ \text{C}$  a tlaku  $0,993 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Vypočítajte, aký objem bude mať to isté množstvo plynu, ak bude jeho teplota  $0^\circ \text{C}$  a tlak  $1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

[150  $\text{cm}^3$ ]

3. V pneumatike automobilu je pri teplote 280 K objem vzduchu  $35 \text{ dm}^3$  a jeho tlak je  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Ako sa zvýši objem vzduchu v pneumatike, ak sa pri jazde pneumatika zohreje na teplotu 288 K za stáleho tlaku? [o 1  $\text{dm}^3$ ]



4. Vypočítajte, koľko váži vzduch v miestnosti, ktorej rozmery sú. šírka 4 m, dĺžka 5 m a výška 3 m, pri tlaku 0,1 MPa a pri izbovej teplote 20° C. Hustota vzduchu pri teplote 0° C a tlaku 0,1 MPa je 1,293 kg.m<sup>-3</sup>.

[709 N]

5. Koľko vzduchu unikne z 220 m<sup>3</sup> veľkej miestnosti, keď pri rovnakom tlaku v nej stúpne teplota z 12° C na 22° C?

[7 m<sup>3</sup>]

6. Žiarovka objemu 150 cm<sup>3</sup> je naplnená argónom. Aká je jeho teplota, ak pri tlaku 0,1 MPa má argón tiaž  $1,42 \cdot 10^{-3}$  N.

[224 °C]