

# Integrovaná optika

Zimný semester 2009

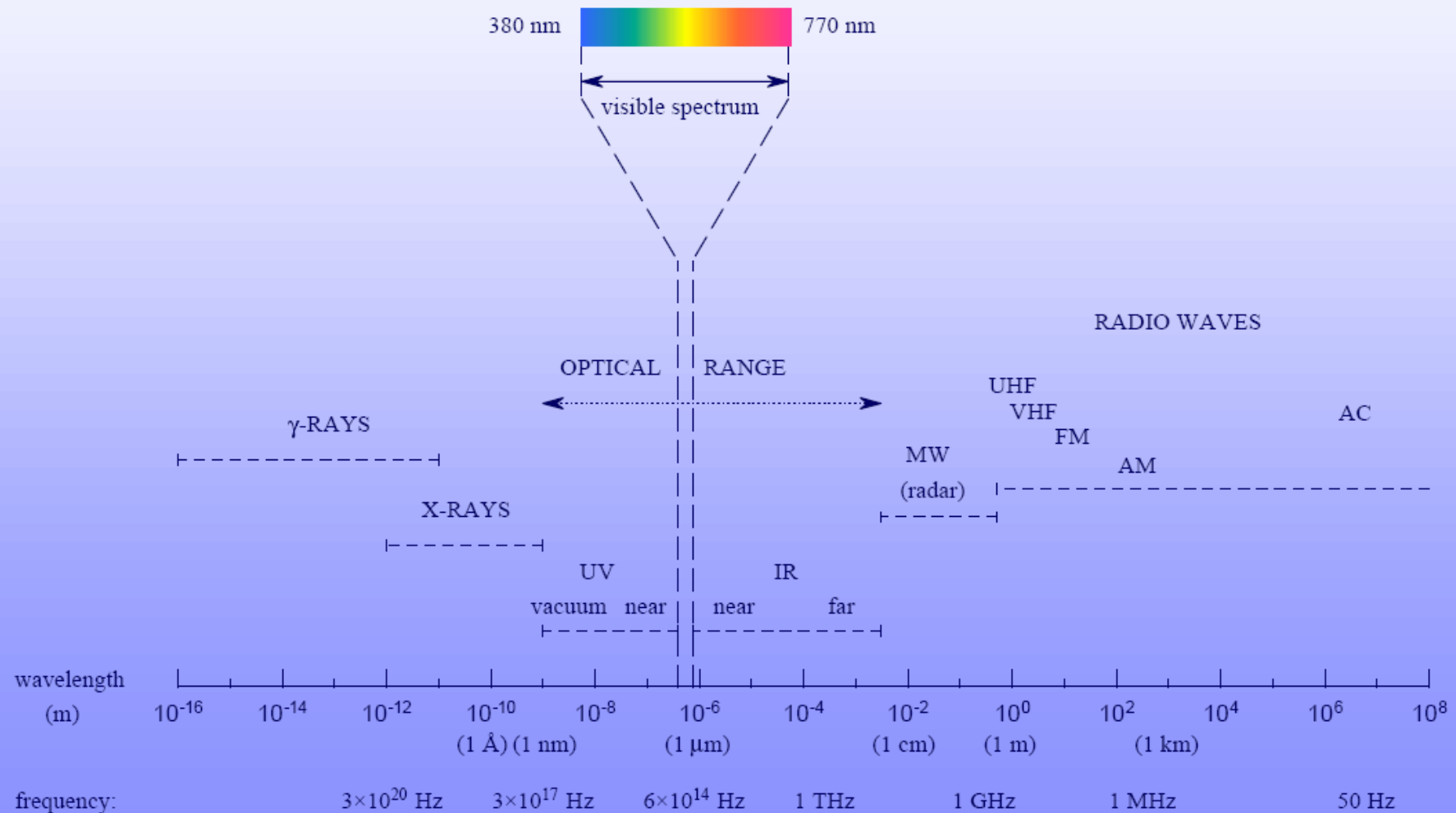
# Základná optika

- **Geometrická optika** – zákony žiarenia založené na priamočiarom šírení sa, ktoré platia v rozmeroch značne väčších ako je vlnová dĺžka žiarenia.
- **Vlnová optika** – vlnové vlastnosti žiarenia, pričom sa jedná o také veľké množstvá žiarivej energie, že nie je potrebné sa zaoberať jej nespojitosťou.
- **Kvantová optika** – elementárne vlastnosti žiarenia, najmä generácia a absorpcia, pri ktorých sa zreteľne uplatňuje kvantová povaha žiarenia.

# Základná optika

- **Geometrická optika**
  - Index lomu
  - Zákon odrazu
  - Snellov zákon lomu
  - Úplný odraz
  - Zobrazovacie sústavy
- **Vlnová optika**
  - Maxwellove rovnice
  - Vlnová rovnica
  - Fresnelove vzťahy
  - Difrakčné a interferenčné javy
  - Polarizácia
  
  - Kvantové javy

# Electromagnetic Spectrum



# Maxwellove rovnice

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Materiálové vzťahy

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \vec{M}$$

Konkrétna „podoba“ MR a materiálových vzťahov závisí od konkrétneho prostredia, v ktorom vyšetrujeme existenciu elmag. vln.

# Vlnová rovnica

(Prostredie bez „zdrojov“)

Elektrické pole

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

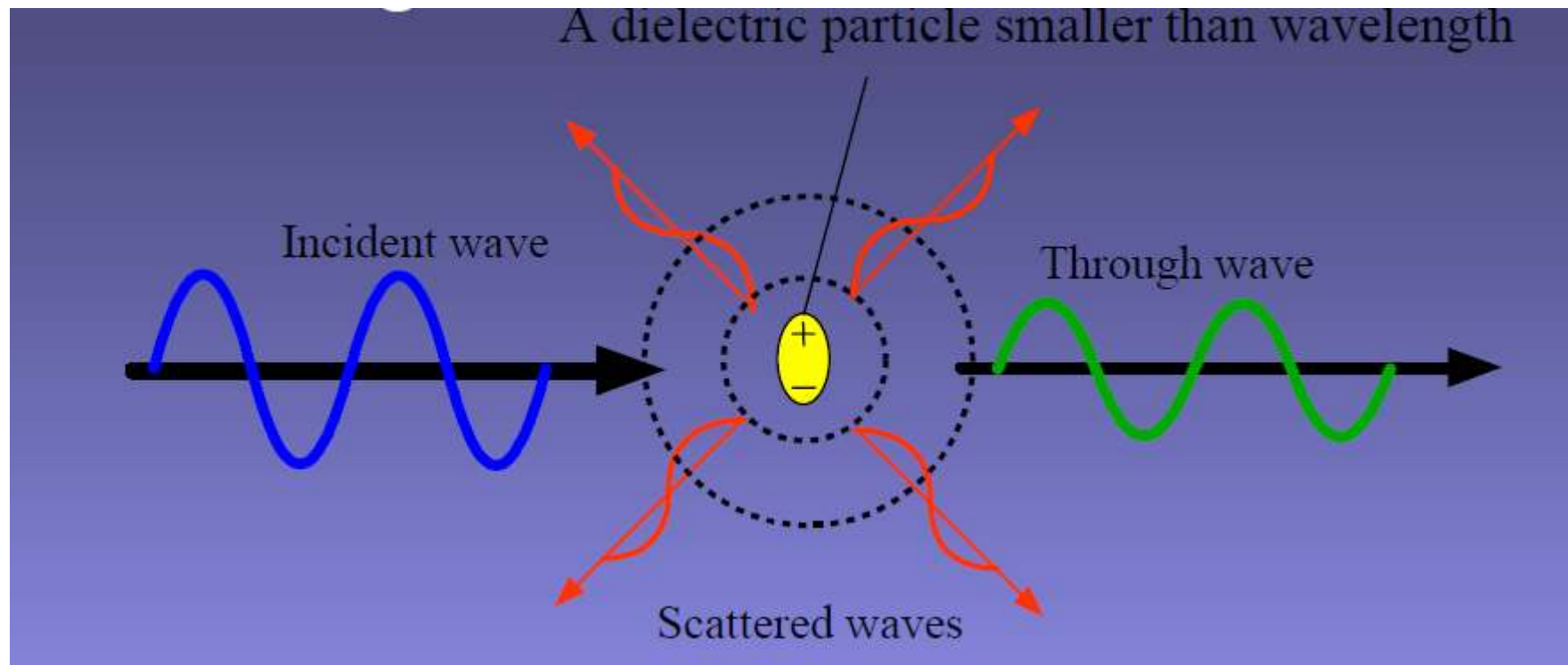
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

Magnetické pole

$$\nabla^2 \vec{H} = \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

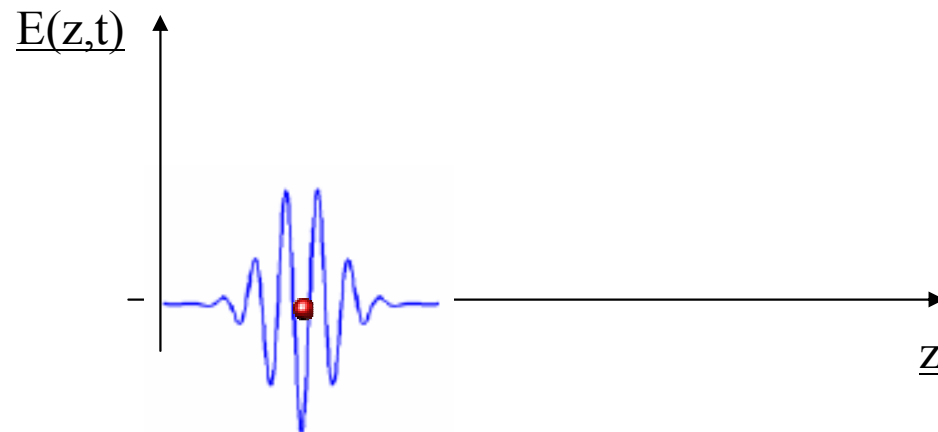
$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

# Pôvod indexu lomu



# Vlnový balík

- Ak vlnu modulujeme alebo obmedzíme (redukujeme) na určitú časovú oblasť  $\Delta t$ ,



- už ju nemožno popísať funkciou

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}, \quad \text{resp.} \quad E(z, t) = E_0 \cdot e^{i(k \cdot z - \omega t)}$$



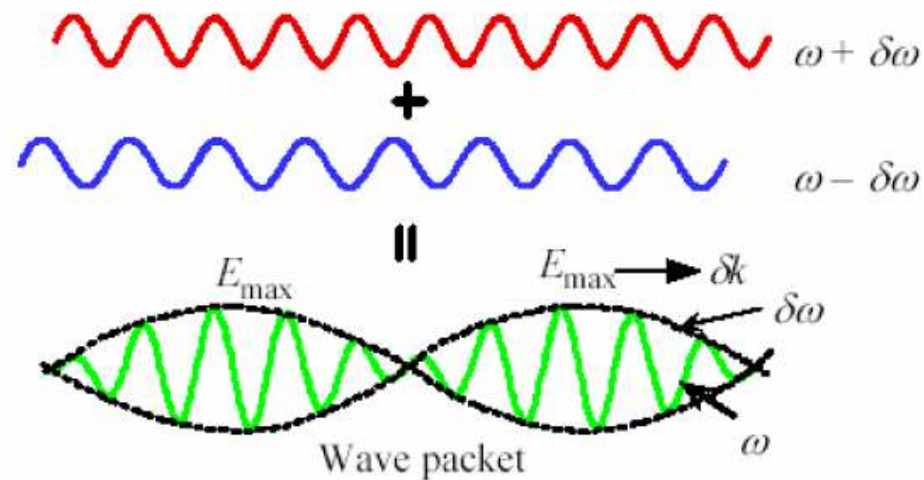
# Vlnový balík

- Upravenú“ vlnu si však môžeme predstaviť ako superpozíciu vln s frekvenciami z určitého intervalu  $\Delta\omega$
- Takýto útvar potom nazývame *vlnovým balíkom* alebo *grupou vln*
- Priestorovo-časové rozloženie pre takúto grupu vln:

$$E(z, t) = \int_{\omega_0 - \Delta\omega}^{\omega_0 + \Delta\omega} A(\omega) \cdot \cos(\omega t - k(\omega)z) d\omega$$

# Vlnový balík

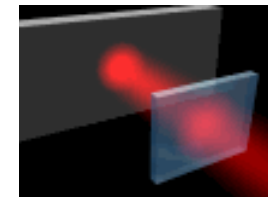
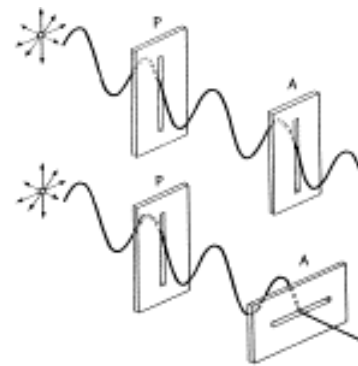
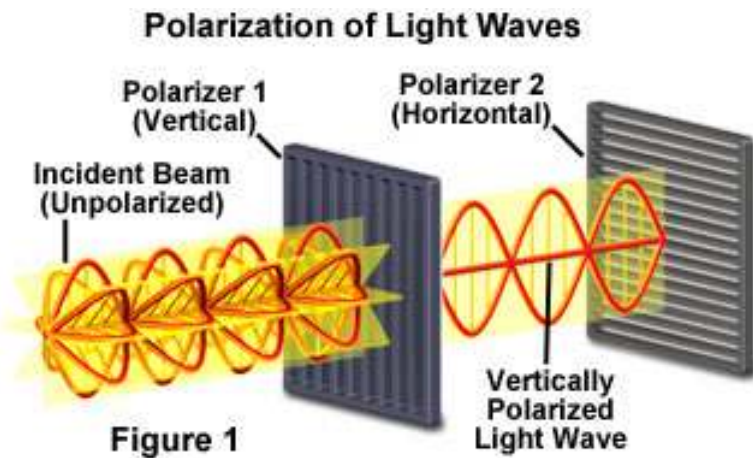
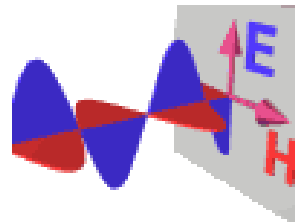
## Wave packet



Two slightly different wavelength waves travelling in the same direction result in a wave packet that has an amplitude variation which travels at the group velocity.

# Polarizácia EM vlny

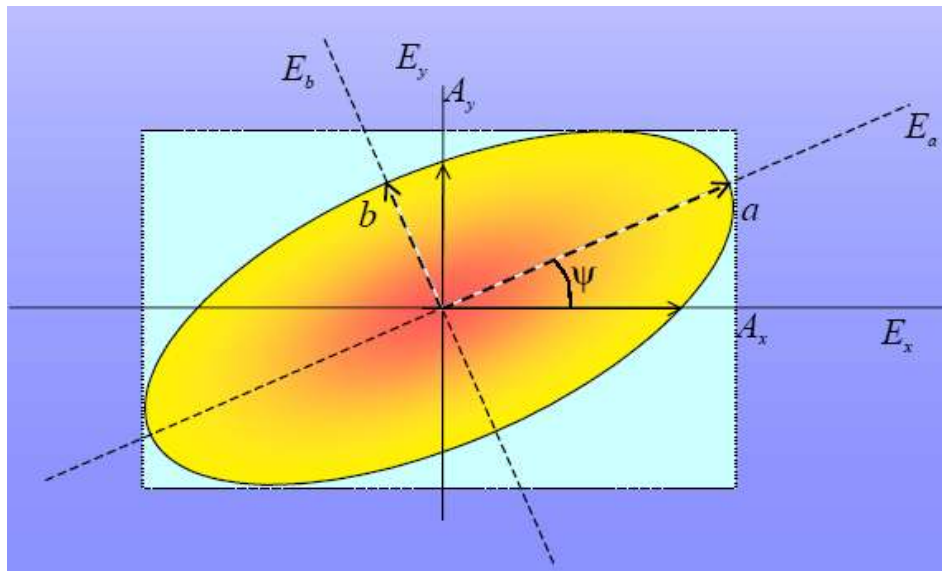
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = E_0 \cdot \vec{a}_E \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = H_0 \vec{a}_H \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$



# Polarizácia EM vlny

$$E_x = A_x \sin(\omega t - kz)$$
$$E_y = A_y \sin(\omega t - kz + \delta)$$

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \delta + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 = \sin^2 \delta$$

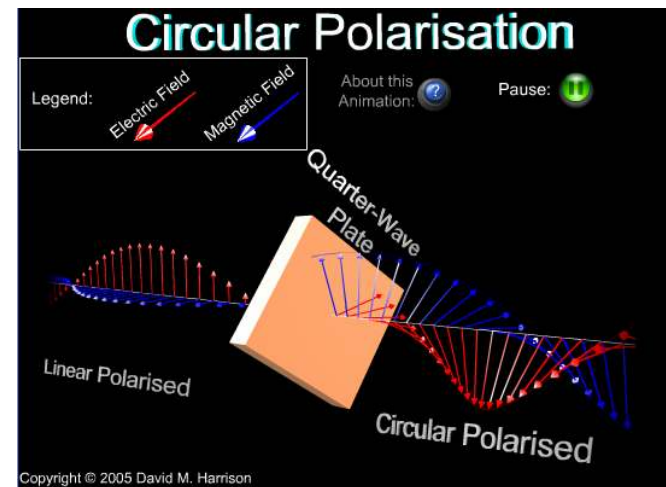
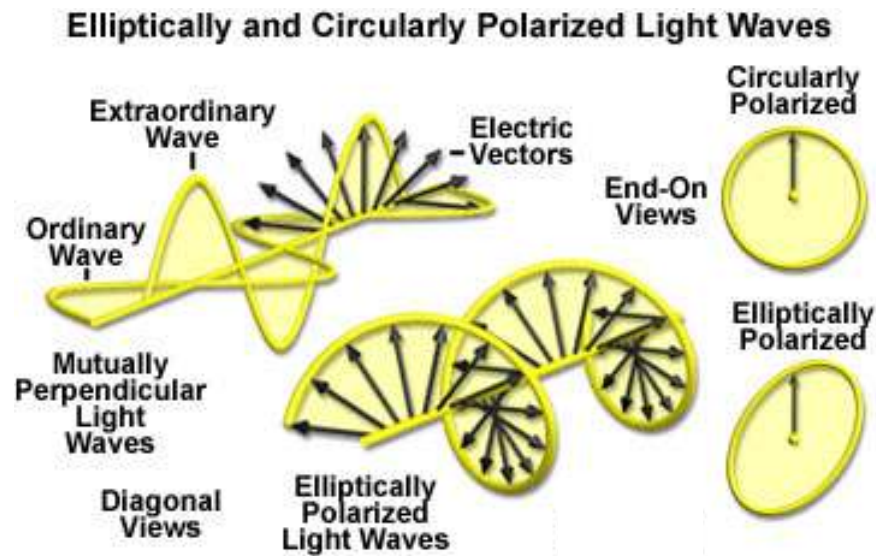


Eliptická:  $\delta \in (-\pi, \pi)$   
 $A_x \neq A_y$

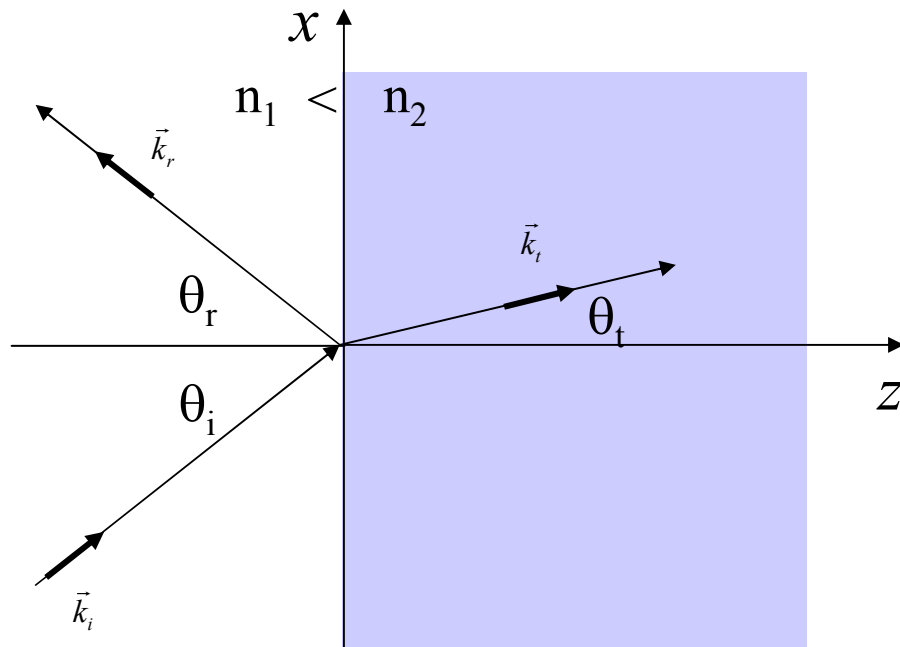
Kruhová:  $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$   
 $A_x = A_y$

Lineárna:  $\delta = 0, \pi$

# Polarizácia EM vlny



# Zákon odrazu a lomu



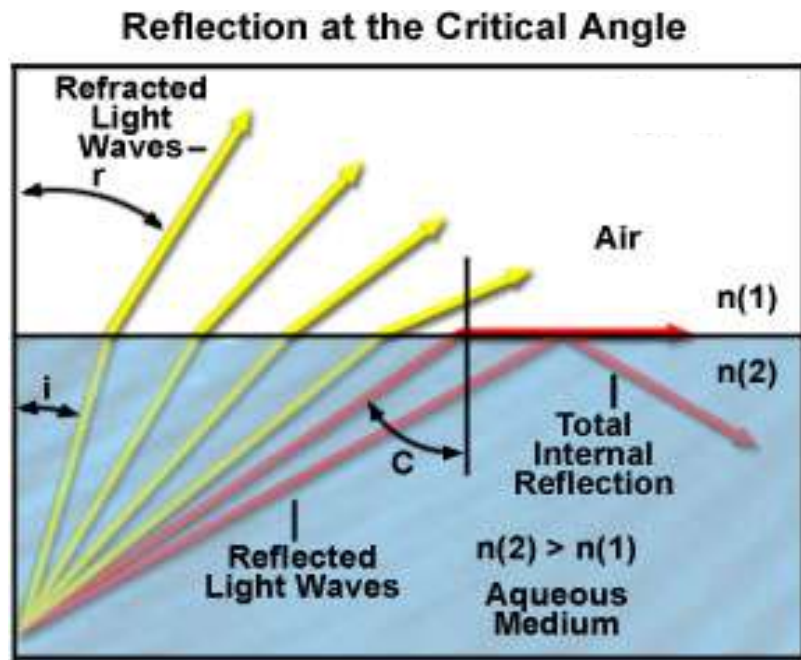
Zákon odrazu:

$$\Theta_i = \Theta_r$$

Zákon lomu:

$$n_1 \cdot \sin \Theta_i = n_2 \cdot \sin \Theta_t$$

# Úplný odraz na rozhraní dvou prostředí

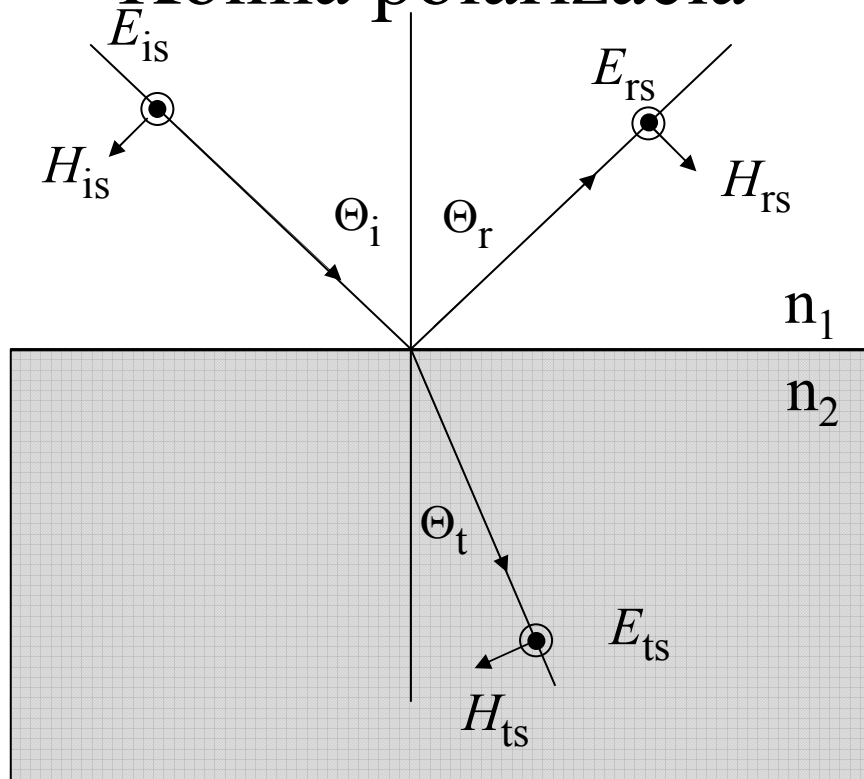


Pre kritický uhol zo zákona lomu:

$$n_2 \cdot \sin \Theta_i = n_1 \cdot \sin \Theta_t$$
$$\sin \Theta_{ic} = \frac{n_1}{n_2}, \quad \Theta_t = \frac{\pi}{2}$$

# Fresnelove vzťahy

- Kolmá polarizácia



Z podmienky spojitosti tangenciálnych zložiek  $E$  a  $H$  na rozhraní

$$E_{is} + E_{rs} = E_{ts}$$

$$H_{is} \cos \Theta_i - H_{rs} \cos \Theta_i = H_{ts} \cos \Theta_t$$

a využitím vzťahu medzi  $E$  a  $H$  vyplývajúceho z MR

$$|H| = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} |E| = n \cdot c \cdot |E|$$

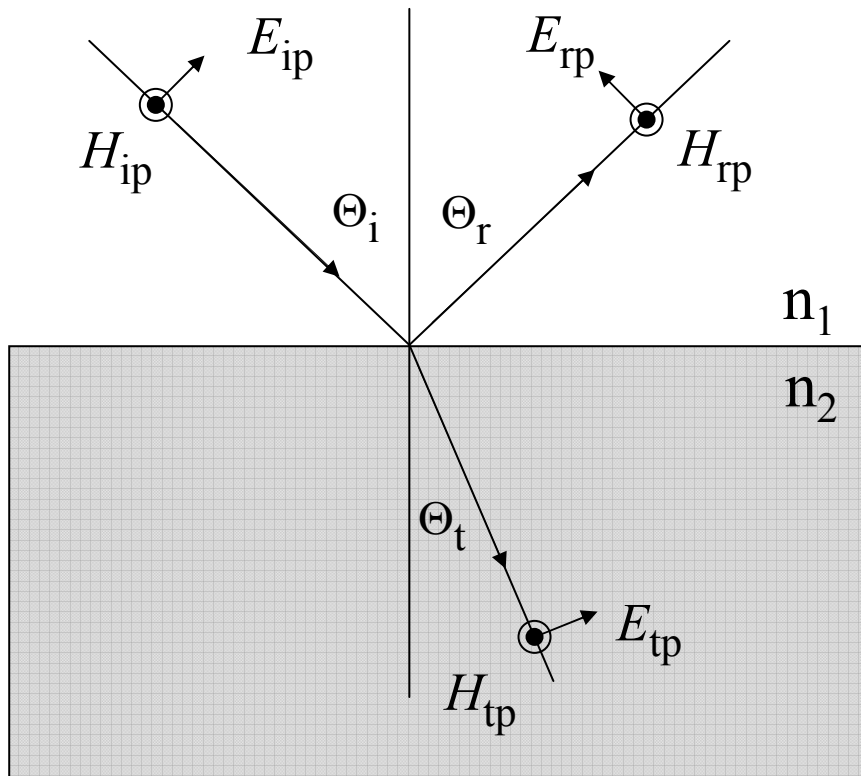
dostaneme:  $r_s = \frac{E_{rs}}{E_{is}} = \frac{n_1 \cos \Theta_i - n_2 \cos \Theta_t}{n_1 \cos \Theta_i + n_2 \cos \Theta_t}$

$$t_s = \frac{E_{ts}}{E_{is}} = \frac{2 \cdot n_1 \cos \Theta_i}{n_1 \cos \Theta_i + n_2 \cos \Theta_t}$$



# Fresnelove vzťahy

- Paralelná polarizácia



Z podmienky spojitosti tangenciálnych zložiek  $E$  a  $H$  na rozhraní

$$H_{ip} + H_{rp} = H_{tp}$$

$$E_{ip} \cos \Theta_i - E_{rp} \cos \Theta_i = E_{tp} \cos \Theta_t$$

a využitím vzťahu medzi  $E$  a  $H$  vyplývajúceho z MR

$$|H| = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} |E| = n \cdot c \cdot |E|$$

dostaneme:  $r_p = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} = \frac{n_2 \cos \Theta_i - n_1 \cos \Theta_t}{n_2 \cos \Theta_i + n_1 \cos \Theta_t}$

$$t_p = \frac{E_{tp}}{E_{ip}} = \frac{2 \cdot n_1 \cos \Theta_i}{n_2 \cos \Theta_i + n_1 \cos \Theta_t}$$

# Fresnelove vzťahy

- Odraznosť a priepustnosť

$$r_s = \frac{E_{rs}}{E_{is}} / ( )^2$$

$$r_p = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} / ( )^2$$

$$|r_s|^2 = \left| \frac{E_{rs}}{E_{is}} \right|^2 = R_s$$

$$|r_p|^2 = \left| \frac{E_{rp}}{E_{ip}} \right|^2 = R_p$$

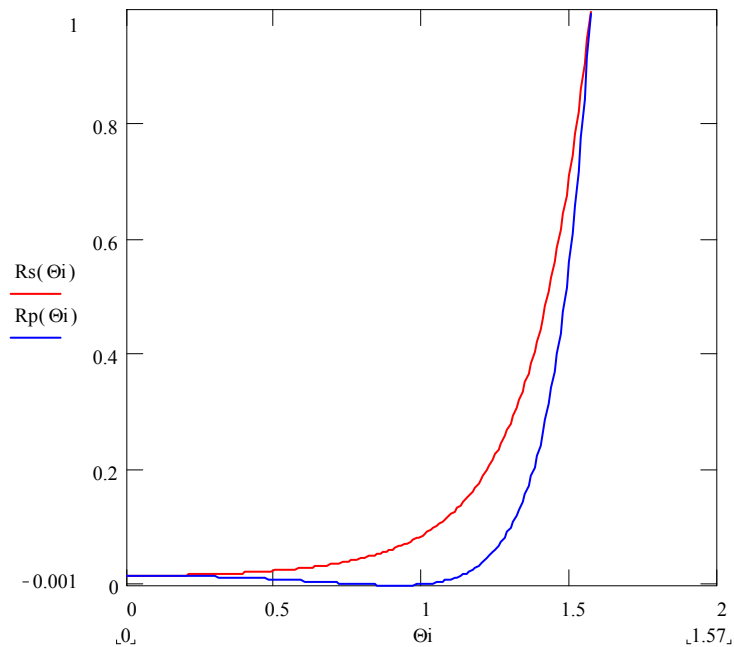
Priepustnosť sa definuje ako podiel normálnových zložiek Poyntingovho vektora prechádzajúcej a dopadajúcej vlny.

$$T_s = \frac{n_2 \cos \Theta_t}{n_1 \cos \Theta_i} \cdot |t_s|^2$$

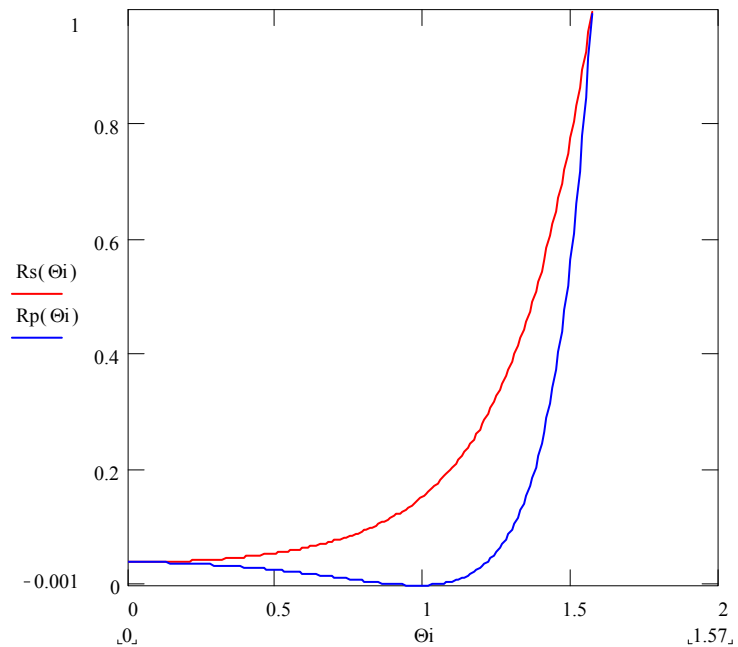
$$T_p = \frac{n_2 \cos \Theta_t}{n_1 \cos \Theta_i} \cdot |t_p|^2$$

# Fresnelove vzt'ahy

- Odraznost'



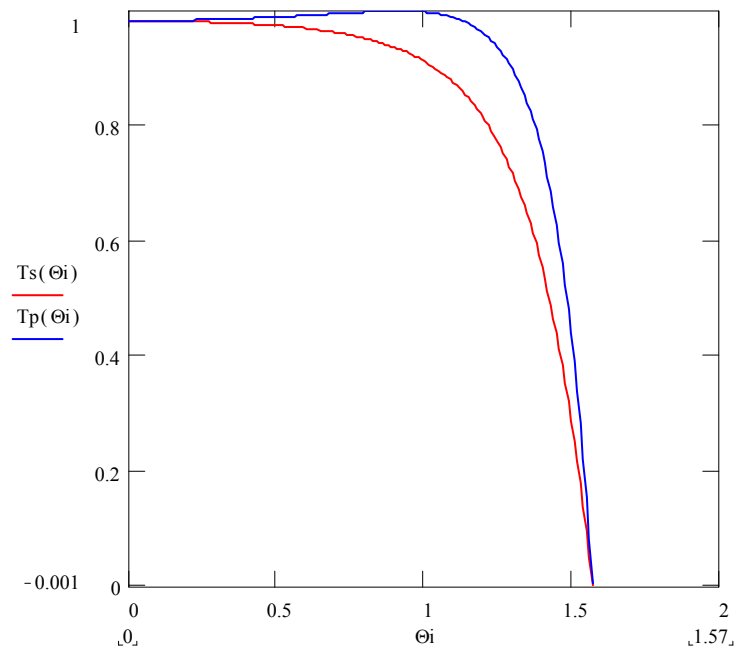
Rozhranie vzduch-voda



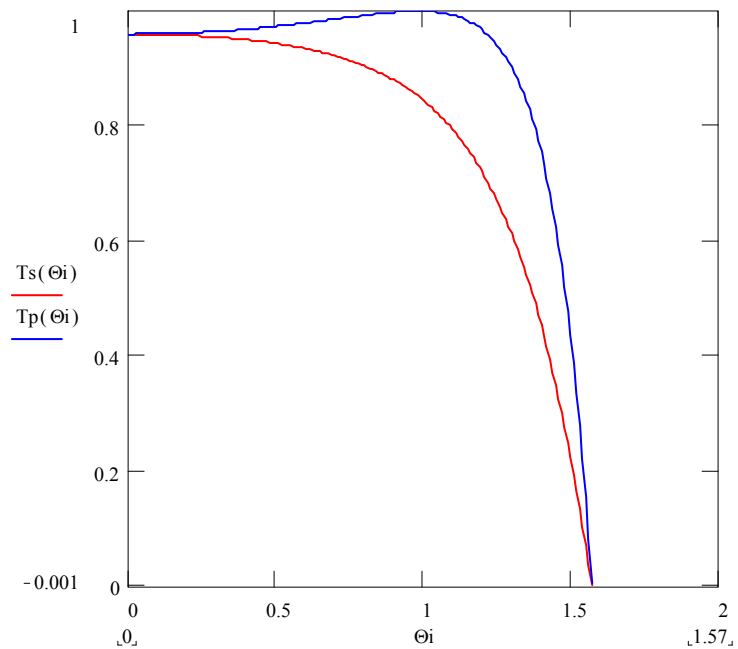
Rozhranie vzduch-sklo

# Fresnelove vzt'ahy

- Priepustnosť

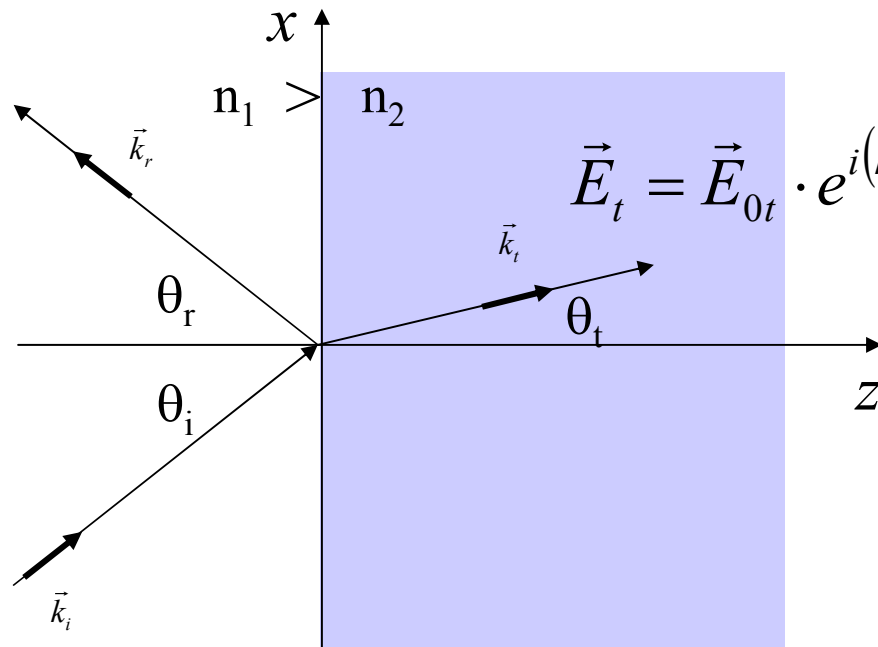


Rozhranie vzduch-voda



Rozhranie vzduch-sklo

# Evanescentná vlna



$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \cdot e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cdot e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$k_{tz} = k_t \cdot \cos(\theta_t) = k_i \cdot \cos(\theta_i)$$

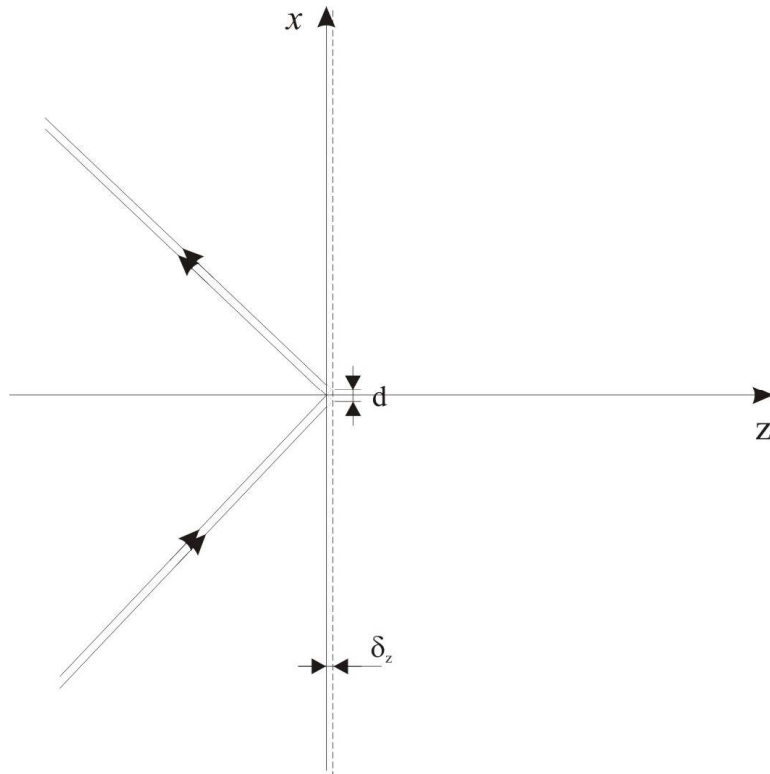
$$k_{tx} = k_t \cdot \sin(\theta_t) = k_i \cdot \sin(\theta_i)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cdot e^{[ik_t \cdot (x \cdot \sin(\theta_t) + z \cdot \cos(\theta_t)) - i\omega t]}$$

$$\cos(\theta_t) = \pm \sqrt{1 - \sin^2(\theta_t)} = \pm i \sqrt{\left(\frac{n_1 \cdot \sin(\theta_i)}{n_2}\right)^2 - 1} = \pm i \sqrt{\left(\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_c)}\right)^2 - 1}$$

# Evanescentná vlna

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cdot e^{\pm z/\delta_z} e^{ik_t \cdot (x \cdot \sin(\theta_t)) - i\omega t}, \quad \frac{1}{\delta_z} = k_t \sqrt{\left(\frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_c)}\right)^2 - 1}$$



d – Goos-Hanchenov posun